

BEDTACI.ELTE

Berezvai Dániel

Írtam 2011. november 4-én, 5-én, 6-án és 9-én.

Teljes ráfordított idő: 7 óra 15 perc

Őszi szünetre HF (Póker)

Feladat

Hány féleképpen lehetségesek az egyes póker kezek?

(Nem texas holdem, hagyományos ötlapos póker. Lapcserélgetés előtt.)

Segítség: Az összes lehetőség összege: $\binom{52}{5} = 2\,598\,960$.

Pontozás

Minden helyes szám: 0.1 pont. Minden jó indoklás: +0.1 pont.

Összesen: 2 pont.

Program

Önszorgalomból írtam egy programot, ami minden lehetséges póker kezet generál (poker.exe → poker.ki A generált fájl mérete 65.3 MB, 6.2MB tömörítve). A program forráskódja a poker.cpp fájlban található. A futási idő 6.293 mp.

(Ezredmásodpercenként 413 lehetőséget generál és ír ki.) A póker kezek felismerésére és csoportosítására nem maradt időm. (Éjfélkor kezdtem el írni és holnap ZH.)

Terminológiám

Nem vagyok pókerszakértő. (Még a "kezek" neveit sem tudtam magyarul.)

Szám

A tizenhárom "jelölés" a lapokon: A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K.

Szín

A négy szimbólum: ♥, ♦, ♣, ♠. (Igaz, ebből kettő piros kettő fekete, de a "szín" rövidebb szó, mint a "szimbólum".)

"Féle"

Ha például 52 féle lap választható, azt is $\binom{52}{1}$ -ként fogom először leírni az egyértelműség kedvéért. (Hibalehetőségek csökkentése.) Természetesen rögtön utána egyszerűsítek.

Póker "kezek" - Poker Hands

Royal Flush: 4 db

10JQKA egyszínű (A legmagasabb színű sor.)

$$\binom{1}{1} \binom{4}{1} = 1 * 4 = 4$$

Egy féle szám sorozat, négy féle szín.

Az összes lehetőség: 10♥J♥Q♥K♥A♥, 10♦J♦Q♦K♦A♦, 10♣J♣Q♣K♣A♣, 10♠J♠Q♠K♠A♠ (4 db)

Színűsor - Straight Flush: 36 db

A2345, 23456... 910JQK egyszínű

$$\binom{9}{1} \binom{4}{1} = 9 * 4 = 36$$

Azért 9 és nem 10 féle, mert az A-ra végződő (vagy A-val kezdődőnek mondjuk?)

Royal Flush nem tartozik ide.

Azért nem 13 féle, mert a 2, 3, 4 sem tölthetik be a legmagasabb lap szerepét. 13-3-1=9 (2, 3, 4, és A kizárva)

Összes lehetséges színűsor: A2345, 23456, 34567, 45678, 56789, 678910, 78910J, 8910JQ, 910JQK (9 db * négy féle színben = 36 db)

Póker - Four of a Kind: 624 db

aaab Négy egyforma (a), és egy tetszőleges (b) lap.

$$\binom{13}{1} \binom{12}{1} \binom{4}{1} = \binom{13}{1} \binom{48}{1} = 13 * 48 = 624$$

Tizenhárom féle lap van, mind a 13 lehet póker. (Mindegyik színből egy-egy, vagyis szorozzuk 4-gyel.)

Az ötödik lap tetszőleges, de csak $52-4=48$ féle lehet. (Másképpen: $13-1=12$ féle lehet, de mind a 4 színből: $12*4=48$.)

Full House: 3 744 db

aaabb Egy Drill (Three of a Kind) (a), és egy Pár (b).

$$\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{1}\binom{4}{2} = 13 * 4 * 12 * 6 = 3\,744$$

Itt kezd bonyolultabb lenni...

Mind a 13 szám alkothat hármast és a négy lehetőségből három féle színűek lehetnek. Ez $\binom{4}{3} = 4$ féleképpen lehetséges.

A maradék két lap már csak 12 féle számú lehet, és két színt vehetnek fel, ami 6 féleképpen lehetséges. (A négy színezési lehetőség: $\heartsuit\clubsuit\spadesuit, \heartsuit\clubsuit\spadesuit, \heartsuit\clubsuit\spadesuit, \heartsuit\clubsuit\spadesuit$.)

Szín - Flush: 5 108 db

5 egyszínű lap, de ebből levonjuk a 36 színsort és a 4 Royal Flush-t. (=40)

$$\binom{13}{5}\binom{4}{1} - 40 = 1\,287 * 4 - 40 = 5\,148 - 40 = 5\,108$$

A 13 lehetséges számból kiválasztunk 5-öt: $\binom{13}{5}$, majd megszorozzuk 4-gyel, mivel 4 féle szín lehetséges.

Végül levonjuk a 36 Straight és a 4 Royal Flush-t.

Sor - Straight: 10 200 db

A2345, 23456... 10JQKA nem egyszínű

$$\binom{10}{1}\binom{4}{1}^5 - 40 = 10 * 4^5 - 40 = 10 * 2^{10} - 40 = 10\,240 - 40 = 10\,200$$

Egyszerűbben leírva: $10 * 4^5 - 40$ vagyis 10 féle sor lehetséges, mind az 5 lap 4 féleképpen színezhető (4^5), és ismételten le kell vonni a már ezelőtt számba vett sorokat: 36 Straight Flush + 4 Royal Flush.

A Szín - Flush nem osztozik a Sor - Straight kezeivel a 40 (Straight/Royal) Flush kivétele után, ezért további levonásra nincs szükség.

Drill - Three of a Kind: 54 912 db

aaabc Három ugyanolyan értékű (a), és két tetszőleges (b, c) lap.

$$\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{2}\binom{4}{1}^2 = 13 * 4 * 66 * 4^2 = 54\,912$$

A gondolatmenet hasonlít a Póker és a Full House gondolatmenetére.

Mind a 13 féle szám alkothat hármas párt.

A 4 színből hármat pontosan 4 féleképpen vehetnek fel.

A maradék két lap tetszőleges, de számuk nem lehet a hármas pár lapjaival azonos (13-1=12 féle lehetőség).

A maradék két lapot egyenként 4 féleképpen színezhettük. (Együtt 4*4)

Levonni semmit nem kell.

Két pár: 123 552 db

aabbc Két pár (a, b), és egy tetszőleges lap (c). A pár lehet szín vagy szám alapján is.

$$\binom{13}{2}\binom{4}{2}^2\binom{11}{1}\binom{4}{1} = 78 * 36 * 44 = 123\,552$$

A két párt alkotó lapokat $\binom{13}{2} = 78$ féleképpen számozhatjuk, és 6-6 féleképpen színezhettük. (A 6 lehetséges színezés: ♥♦, ♥♣, ♥♠, ♦♣, ♦♠, ♣♠)

Az ötödik lap száma és színe tetszőleges, de nem lehet a két pár közül egyik számával sem egyforma (13-2=11). Ez 11*4 = 44 féle lehetőség.

Pár: 1 098 240 db

aabcd Két ugyanolyan számú (a), és három tetszőleges (b, c, d) lap.

$$84480 * 13$$

$$\binom{13}{1}\binom{4}{2}\binom{12}{3}\binom{4}{1}^3 = 13 * 6 * 220 * 4^3 = 78 * 14\,080 = 1\,098\,240$$

Az előzőek alapján a párt alkotó lapokat mind a 13 számból választhatjuk, és 6 féleképpen színezhettük. (78) (A 78 meglepő eredmény, mert megegyezik az előző feladat két párjának összes lehetségeivel színezés előtt. De biztosan jó, többször is ellenőriztem mindkettőt.)

A maradék három lap tetszőleges, de 13 helyett csak 12 féle számozású lehet (nem egyezhet a párt alkotó lapok számával) és 4³ féleképpen színezhető. (14 080)

Levonni semmit nem kell.

Magas Lap (Semmi) - High Card: 1 302 540

abcde 5 tetszőleges lap.

Ha ezt úgy oldanám meg, hogy az eddig kiszámolt értékeket levonom $\binom{52}{5}$ -ből, akkor megfosztanám magam az ellenőrzés értékes lehetőségétől. Mindenesetre azért leírom:

$$\begin{aligned}\binom{52}{5} - 4 - 36 - 624 - 3744 - 5108 - 10\,200 - 54\,912 - 123\,552 \\ - 1\,098\,240 = \binom{52}{5} - 40 - 4\,368 - 5108 - 65\,112 - 1\,221\,792 \\ = \binom{52}{5} - 1\,296\,420 = 2\,598\,960 - 1\,296\,420 = 1\,302\,540\end{aligned}$$

Inkább más megoldási módszert keresek:

$$\left[\binom{13}{5} - 10\right] * \left[\binom{4}{1}^5 - 4\right] = 1\,277 * 1\,020 = 1\,302\,540$$

Az 5 lapot úgy számozom, hogy mind különböző legyen. Majd levonom a 10 különleges esetet (sorban vannak).

Majd színezem őket, ügyelve, hogy 4 lehetőséget levonjak (mind az 5 lap nem lehet egyforma színű).

Az így kapott két számot egyszerűen összeszorzom. (Kérdés, hogy kihagytam-e valamit, de mivel megegyezik a fenti megoldással, valószínűleg jó is.)

Különleges esetek:

Ha minden játékosnak csak magas lapja van, ezek a kezek a legértékesebbek:

AKQJx: 8 160 db (x nem lehet A K Q J 10, színezés, mint fent.)

Több mint százezer magas lap van ászkirállyal:

AKxyz: 159 120 db

Ezen kívül van még egymillió gyenge kéz:

egyéb: 1 135 260 db

Ellenőrzés

$$4 + 36 + 624 + 3\,744 + 5\,108 + 10\,200 + 54\,912 + 123\,552 + 1\,098\,240 + (1\,135\,260 + 8\,160 + 159\,120) = 2\,598\,960.$$

Tehát vagy jól dolgoztam, vagy kettőnél többet rontottam el és mégis jól kijött az összeadás. (Aminek az esélye $\frac{1}{\infty}$.)

Kivonással is kijön az ellenőrzés: 2 598 960 - 4 - 36 - 624 - 3744 - 5108 - 10 200 - 54 912 - 123 552 - 1 098 240 - 1 302 540 = 0

Összefoglaló táblázat + esélyek

Kéz	db	Esély
Royal Flush	4	0.00015%
Színsor	36	0.0014%
Póker	624	0.024%
Full House	3744	0.14%
Szín	5108	0.2%
Sor	10200	0.4%
Drill	54912	2.1%
Két pár	123552	4.8%
Pár	1098240	42%
Semmi	1302540	50%
Összesen	2598960	100%

[Póker esélyek.xlsx](#) (Teljes ráfordított idő: +2 perc)